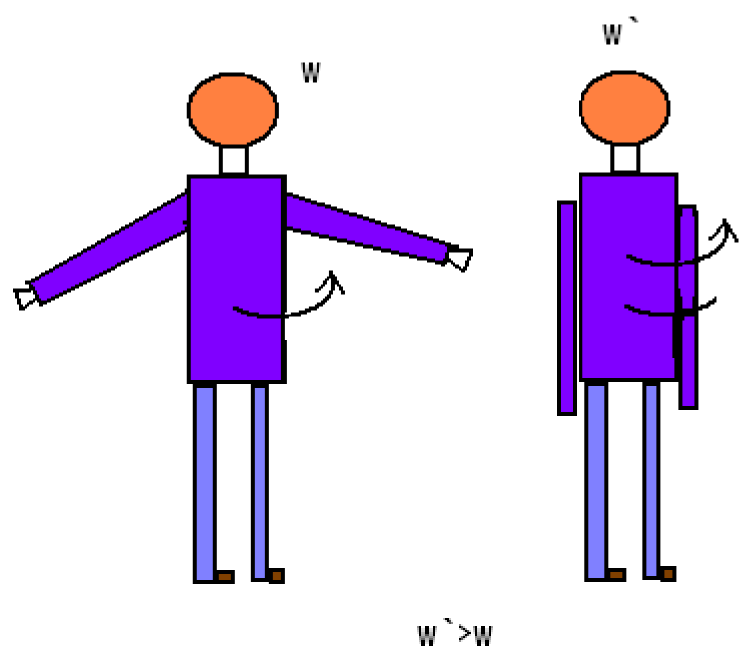
En vista de la gran analogía que se han presentado entre la mecánica lineal y la mecánica rotacional, no debe ser ninguna sorpresa que la cantidad de movimiento o momento lineal tenga un similar rotacional. El momentum (o cantidad de movimiento) rotacional o angular se relaciona con el hecho de que un objeto en rotación persiste en este tipo de movimiento. La cantidad de movimiento o momento lineal se define como el producto de la cantidad de inercia traslacional “m” por la velocidad traslacional “v”. Las cantidades análogas de la rotación son la inercia rotacional” y la velocidad angular “ω”, entonces se puede predecir que la cantidad de movimiento angular “L” es:

L= cantidad de movimiento angular = I ω

La dirección del vector Momentum rotacional L es la misma dirección y sentido que el vector velocidad angular ω , el cual como ya fue descrito, obedece a la regla de la mano derecha.

Aplicación: Un patinador inicia un salto con giro con los brazos extendidos, para mantener el equilibrio. Una vez que inicia el giro , el momento angular I ω del patinador permanece constante . Para girar lo mas rápido posible (gran valor de ω), el patinador reduce al mínimo su momento de inercia I con respecto al eje vertical, acercando los brazos y las piernas lo más posible al eje.



La cantidad de movimiento angular obedece una ley de conservación muy similar a la que obedece el momentum lineal.

La ley de conservación del momentum angular puede enunciarse así:

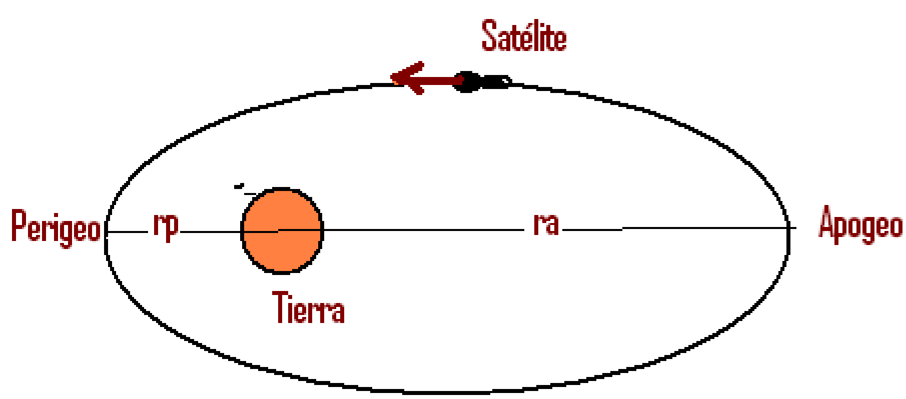
Si no hay un momentum de fuerza neto que actúe sobre un cuerpo o sistema, la cantidad de movimiento angular permanecerá constante tanto en magnitud como en dirección.

$$I\omega = \boldsymbol{constante}\, , \boldsymbol{se}\ \sum \boldsymbol{\tau} = \mathbf{0}$$

Observe que la dirección del vector de la cantidad de movimiento angular no cambia si no hay un momento de fuerza no equilibrado que actúe sobre el objeto. Esto equivale a decir que el eje de rotación de un objeto giratorio no altera su orientación, a menos que actúe sobre el un momento de fuerza neto.

La conservación de la cantidad de movimiento angular es muy importante en cualquier sistema cuyo momento de inercia cambie como consecuencia de fuerzas internas, como en el colapso de una estrella o en un patinador que inicia un giro con los brazos extendidos y luego los pega al cuerpo. En ambos casos la masa se redistribuye más cerca del eje de rotación y los momentos de inercia se reducen, aunque la masa sea la misma. Este cambio ocurre sin momentos de fuerzas externos, por lo que Iw debe permanecer constante; para esto se requiere que aumente la razón de giro w. en forma similar, si el momento de inercia aumentara, la velocidad angular tendría que disminuir en forma proporcional.

Ejemplo: considere un satélite en órbita alrededor de la tierra, como se ilustra en la fig. Calcule la relación entre su velocidad en el punto más cercano a la tierra (perigeo) y el punto más lejano (apogeo)



Razonamiento:

Pregunta: ¿Qué principio relaciona las velocidades en los dos puntos?

Respuesta: si se conserva la cantidad de movimiento angular, se puede igualar la cantidad de movimiento del satélite, y por tanto, las velocidades angulares en estos puntos.

Las velocidades angulares se relacionan con sus velocidades lineales correspondientes.

Pregunta:¿Cómo puedo determinar si se conserva el momento angular en ese caso?

Respuesta: Determinando si hay momento de fuerza neto aplicado al satélite. para ello debe identificar un eje para el cálculo del momento de fuerza o torca.

Pregunta:¿Cómo elijo el eje?

Respuesta: La fuerza gravitatoria que ejerce la tierra sobre el satélite sigue una línea que pasa por la tierra. si elije un eje que pase por la tierra en forma perpendicular al satélite , puede afirmar que el momento de fuerza producido por la gravitación con respecto a ese eje es cero , entonces las cantidades de movimiento angular del satélite con respecto a ese eje es constante.

Pregunta:¿Qué ecuación obtengo del teorema de conservación?

Respuesta:

$$L_p = L_a \quad o\ \ bien:\ I_p\omega_p = I_a\omega_a$$

Pregunta: ¿Cuáles son los momentos de inercia del satélite en el apogeo y perigeo?

Respuesta: $I_p = mr_p \qquad y \qquad I_a = mr_a$

Donde m es la masa del satélite.

Pregunta: ¿Cuál es la relación entre las magnitudes de las velocidades angulares y lineales en esos puntos?

Respuesta: la velocidad lineal es perpendicular a la distancia radial en ambos puntos.

Así que se puede escribir:

$$v_a = r_a\omega_a \quad y \quad v_p = r_p\omega_p$$

Solución y análisis. Con el teorema de la conservación se obtiene:

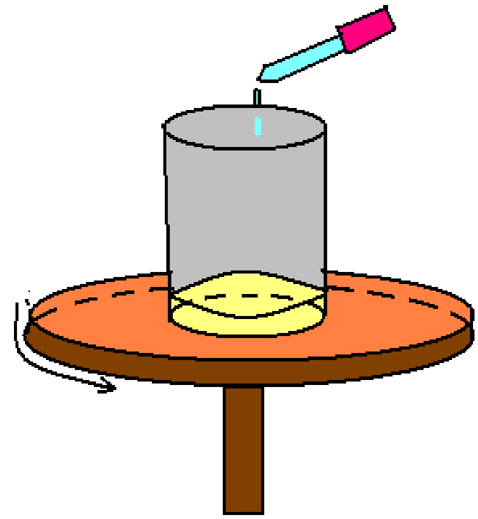
$$\frac{\omega_p}{\omega_a} = \left(\frac{r_a}{r_p}\right)^2 = \frac{v_p/r_p}{v_a/r_a}\ ,$$

Finalmente: $\dfrac{v_p}{v_a} = \dfrac{r_a}{r_p}$

En consecuencia, el satélite se mueve con más lentitud al alejarse de la tierra.

Problemas:

1.- El vaso de precipitado de la fig. está sobre el eje de una plataforma giratoria. La plataforma gira sin fricción sobre unos cojinetes, y el momento de inercia es igual a I=8x$10^{-4} kgm^2$ para la combinación plataforma-vaso precipitado. Se gotea agua lentamente al vaso de precipitado a lo largo del eje. Si el vaso giraba a 2 rev/min cuando estaba vacío. ¿Cuál es la magnitud de su velocidad rotacional si contiene 300g de agua . El radio interior del vaso de precipitado es de 3,5cm.

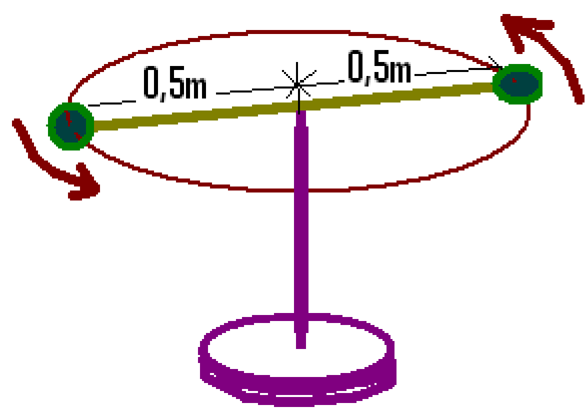


(1,6 rev/min)

2.- Determine la magnitud del momento angular de un solido uniforme de 50cm de radio y 2,4kg de masa , que gira a 6rev/s con respecto a un eje que pasa por su centro en forma perpendicular al plano del disco.

3.- Repita el problema anterior con una esfera solida de igual masa y radio que gira con la misma velocidad.

4.-En la figura se muestran dos pelotas idénticas, cada una con masa de 1,2kg, están sujetas a los extremos de una varilla metálica ligera de 1,0 m de longitud. La varilla tiene colocado su centro sobre un eje y gira a 10 rev/s . Un mecanismo interno permite mover las pelotas hacia el pivote. Calcule:



4.1.-El momento de inercia del dispositivo original.

4.2.-Si de repente las pelotas se mueven a 30cm del pivote ¿Cuál es el nuevo valor de la velocidad de rotación?

5.-Una mujer está de pie en el centro de una plataforma circular horizontal que gira libremente a 2 rev/s sobre un eje que pasa verticalmente por el centro, a lo largo de la mujer. Ella sostiene dos masas de 2kg en las manos, pegadas a su cuerpo. El momento de inercia combinado de la plataforma, la mujer y las masas es de 1,8 kg m^2

5.1.- ¿Cuál es la magnitud de la velocidad angular final de la plataforma?

5.2.-¿Cambia la energía cinética del sistema durante este proceso?. Explique su respuesta.

6.-Un disco fonográfico de 12cm de radio y masa 0,1 kg gira libremente a 45rev/min con respecto a un eje vertical que pasa por su centro. Un insecto de 18gr. Cae sobre el disco en un punto a 4cm del centro de giro. ¿Cuál es el nuevo valor de la rapidez angular del disco.

7.- Una patinadora gira con velocidad angular de 3rev/s, con los brazos extendidos. Baja los brazos y su momento de inercia se reduce un 15%. Calcule:

7.1.-La nueva velocidad de rotación

7.2.-El cambio porcentual en su energía cinética.

8.- Un patinador que se mueve con una rapidez v_o pasa junto a un poste y toma el extremo de una cuerda atada al poste. La longitud de la cuerda es L_0 . Conforme el patinador gira alrededor del poste, la cuerda se enrolla y es cada vez más corta. Suponiendo que el patinador no intenta detenerse. Cuál será la magnitud de su velocidad cuando la longitud de la cuerda sea: (suponga que el radio del poste es mucho menor que la longitud de la cuerda).

8.1.-$\frac{3}{4}L_0$ 8.2.- $\frac{1}{2}L_0$ 8.3.- $\frac{1}{3}L_0$

9.- Un carrusel consiste en un disco uniforme de 150 kg y de 6,0 m de radio que gira a 15rev/min sobre un eje vertical que pasa por el centro. Una persona de 80kg esta de pie en la orilla exterior del carrusel.

9.1.- ¿Cuál será la magnitud de la velocidad de rotación del disco si la persona camina 3m hacia el centro del disco?

9.2.- ¿Cuál es el cambio en la energía cinética del sistema?

10.- Suponga que no hay nadie sobre el carrusel del problema anterior y que este gira a 12 rev/min. Si una persona de 80kg se sentara repentinamente en la orilla exterior ¿Cuál sería el nuevo valor de la velocidad angular del carrusel?

11.- En la figura se muestra un disco y un eje (momento de inercia I_1) que gira con una rapidez angular ω_1. Un disco no giratorio con momento de inercia I_2 se coloca sobre el primer disco y se acopla a el

11.1.- Calcule la velocidad angular de los discos tras el acoplamiento.

11.2.-Repita el problema suponiendo que el disco agregado tiene una rapidez angular inicial ω_2 en la misma dirección que ω_1

11.3.-Repita el problema suponiendo que $\omega_2 = \omega_1$, pero ahora tienen direcciones opuestas.

11.4.- ¿Qué sucede en cada caso con la energía cinética del sistema?